

Das Kalium–Argon-Alter einer Glasprobe vom Nördlinger Ries

Von W. GENTNER, H. J. LIPPOLT und O. A. SCHAEFFER *

Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg

(Z. Naturforsch. 16 a, 1240 [1961]; eingegangen am 12. Oktober 1961)

Das Nördlinger Ries gehört schon seit langer Zeit zu den bedeutendsten geologischen Rätseln in Europa. Es gibt eine Fülle von Literatur zur Geologie des Rieses und den möglichen Erklärungen seines Entstehens¹.

Mit der Entdeckung des Minerals Coesit durch CHAO^{2,3} in dem Meteoritenkrater von Arizona und später auch in den Aufschlüssen des Rieses hat die Meteoritenhypothese wieder an Boden gewonnen, da Coesit nur bei sehr hohen Drucken entstehen kann und dies an der Erdoberfläche durch einen Stoßprozeß gedeutet werden muß.

Der außerordentliche Druckanstieg in kurzer Zeit, wie er sich als Folge eines großen Meteoriteinschlags ergibt, sollte zusammen mit der großen Wärmeentwicklung zu gut entgasten Mineralien führen. Es schien uns daher aussichtsreich, an dem häufig vorkommenden Glas eine Datierung nach der Kalium–Argon-Methode durchzuführen. Bei vulkanischer Entstehung dieses Glases müßte sich dadurch das Eruptionsdatum, bei einer Entstehung durch Meteoriteinschlag das Falldatum ermitteln lassen. Als Voraussetzung derartiger Messungen muß immer angenommen werden, daß das Material zum Zeitpunkt seiner Bildung vollkommen entgast wurde.

Von dem am Ostrand des Rieses gelegenen Steinbruch Otting haben wir neben coesithaltigem Suevit eine Glasprobe entnommen, von anhängendem andersartigem Material gereinigt, zur Homogenisierung zerkleinert, unter dem Mikroskop ausgelesen und mit destilliertem Wasser gewaschen. Daraufhin wurden je drei Argon- und Kaliumbestimmungen durchgeführt. Die Argonwerte sind aus Tab. 1 zu entnehmen.

* On leave from Brookhaven National Laboratory, Upton N.Y.

¹ P. DORN, Zschr. Deutsch. Geol. Gesellsch. V 100, 349 [1948].

² E. C. T. CHAO, E. M. SHOEMAKER u. B. M. MADSEN, Science 132, 220 [1960].

Bei der Argonmessung fiel auf, daß das datierte Material erstaunlich wenig atmosphärisches Argon enthielt und daß es beim Schmelzen fast kein unedles Gas freigab, was wir an vulkanischen Gläsern noch nie, bei Tektiten jedoch immer beobachtet haben.

Einwaage in g	Radiogenes Argon ⁴⁰ /g in 10 ⁻⁶ cm ³	Atmosph. Argon in %	Alter in 10 ⁶ a
0,322	1,83	14,7	14,8
0,297	1,86	27,1	15,1
0,309	1,89	12,9	15,4

Tab. 1. Argongehalte einer Glasprobe.

Mit $1,86 \cdot 10^{-6}$ cm³ als Mittelwert für den radiogenen Argongehalt und 3,10% als mittlerem K-Wert (3,08; 3,09; 3,12) errechnet sich für die Glasprobe Otting ein Kalium–Argon-Alter von $15,1 \pm 0,5$ Millionen Jahren.

Es ist interessant, daß dieses Alter innerhalb der Fehlergrenzen mit dem K–Ar-Alter der böhmischen und mährischen Tektiten, der Moldavite, übereinstimmt, für das neuerdings $14,7 \pm 0,6$ Millionen Jahre gemessen wurde⁴.

Dieses Ergebnis läßt vermuten, daß es sich bei dem Nördlinger Ries tatsächlich um einen riesigen Meteoriteinschlag handelt, wobei das meteoritische Material selbst weitgehend verdampft ist, da sich fast die gesamte kinetische Energie in Wärme umgesetzt hat.

Die Moldavite könnten in dieser Vorstellung die Explosionsspritze des Nördlinger Rieses sein, die auf einem Flugweg von ca. 250 km durch die höchste Atmosphäre an ihren heutigen Fundort gelangt sind. Das datierte Glasmaterial wäre dann ähnlich entstanden wie die Tektite, jedoch in der Nähe des Einschlags abgelagert worden.

Es scheint uns von Interesse, diesen Fragen noch durch weitere Untersuchungen nachzugehen.

³ R. S. DIETZ, Scientific American 205, 51 [1961].

⁴ H. J. LIPPOLT, Dissertation, Heidelberg 1961; Veröffentlichung in Vorbereitung.

Elektronenpaare in der Theorie der Supraleitung

VON WOLFGANG WELLER

Institut für theoretische Physik der Universität Leipzig
(Z. Naturforsch. 16 a, 1240–1242 [1961]; eingeg. am 13. Oktober 1961)

Der HAMILTON-Operator der Elektronen eines Supraleiters ist bei Anwesenheit eines Magnetfeldes, bei Berücksichtigung des Kristallgitters oder bei lokalisierten Störungen nicht mehr translationsinvariant. Es wird der Grundzustand untersucht,

¹ M. R. SCHAFROTH, S. T. BUTLER u. J. M. BLATT, Helv. Phys. Acta 30, 93 [1957]. — J. M. BLATT u. T. MATSUBARA, Progr.

den die für diesen Fall verallgemeinerte BOGOLJUBOW-Transformation liefert. Für diesen Grundzustand ergibt sich eine Form, die einer BOSE-Kondensation von Elektronenpaaren im Sinne des „Quasi-Chemical Equilibrium Model“ entspricht.

In den letzten Jahren haben BLATT u. a.¹ mit ihrem „Quasi-Chemical Equilibrium Model“ (QCEM) eine anschauliche Formulierung der Theorie der Supraleitung gegeben. Der supraleitende Zustand wird dabei als eine Art BOSE-Kondensation von Elektro-

Theor. Phys. 20, 553 [1958]. — T. MATSUBARA u. J. M. BLATT, Progr. Theor. Phys. 23, 451 [1960].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

nenpaaren aufgefaßt. — Die einem solchen Elektronenpaar zugeordneten Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren (s. u.) sind keine reinen Bose-Operatoren; die dadurch entstehenden Modifikationen ändern jedoch den Charakter der Kondensation als Bose-Kondensation nicht wesentlich. — BLATT² zeigte, daß sich mit einem Grundzustand für die Elektronen, der der Bose-Kondensation des QCEM entspricht, der MEISSNER-Effekt ergibt.

Es erhebt sich die Frage nach der Beziehung zwischen dem QCEM und der von BARDEEN, COOPER und SCHRIEFFER³ und BOGOLJUBOW⁴ entwickelten Theorie der Supraleitung. Nach BLATT⁵ hat der auf einen Raum mit fester Teilchenzahl projizierte Grundzustand von BARDEEN, COOPER und SCHRIEFFER³ eine Form, die dem QCEM entspricht. Dieser Grundzustand enthält nur Elektronenpaare mit dem Gesamtimpuls 0.

Im allgemeinen Fall, z. B. bei Anwesenheit eines Magnetfeldes (MEISSNER-Effekt), bei Berücksichtigung des Kristallgitters oder bei lokalisierten Störungen, ist der HAMILTON-Operator der Elektronen nicht mehr translationsinvariant. Es ist dann nicht ausreichend, nur Elektronenpaare mit Gesamtimpuls 0 zu verwenden. BOGOLJUBOW⁶ hat deshalb eine verallgemeinerte kanonische Transformation angegeben, die den Impuls nicht erhält. In der vorliegenden Arbeit wird bewiesen, daß auch in diesem verallgemeinerten Fall der Grundzustand (auf einem Raum mit fester Teilchenzahl projiziert) die vom QCEM geforderte Form hat. Er stimmt damit mit dem von BLATT² für die Theorie des MEISSNER-Effektes verwendeten Grundzustand überein.

Wir benutzen für den Beweis den Formalismus von BOGOLJUBOW. Zur Vereinfachung beschränken wir uns auf den praktisch wichtigen Fall, bei dem die BOGOLJUBOW-Transformation den Spin der Elektronen erhält.

Mathematische Formulierung

Im Sinne des QCEM¹ betrachten wir den „physikalischen“ Bose-Operator

$$W^+ = \sum_{\mathbf{f}_1 \mathbf{f}_2} \varphi(\mathbf{f}_1 \mathbf{f}_2) a_{\mathbf{f}_1 \uparrow}^\dagger a_{\mathbf{f}_2 \downarrow}^\dagger. \quad (1)$$

$\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2$ bezeichnen die Impulse der Elektronen; $a_{\mathbf{f}_1 \uparrow}^\dagger$ bzw. $a_{\mathbf{f}_2 \downarrow}^\dagger$ sind die Erzeugungsoperatoren für Elektronen mit Impuls \mathbf{f}_1 , Spin in positiver z -Richtung bzw. mit Impuls \mathbf{f}_2 , Spin in negativer z -Richtung. $\varphi(\mathbf{f}_1 \mathbf{f}_2)$ ist die Wellenfunktion der Elektronenpaare im Impulsraum. Da die BOGOLJUBOW-Transformation den Spin erhalten soll, ist es ausreichend, die beiden Elektronen in W^+ auf die Spinzustände \uparrow und \downarrow zu setzen.

Der Grundzustand des QCEM hat dann die Form

$$\Psi_{2N} = A (W^+)^N |0\rangle. \quad (2)$$

A ist eine Normierungskonstante, $2N$ die Zahl der Elektronen, $|0\rangle$ der Vakuumzustand der Elektronen.

² J. M. BLATT, Progr. Theor. Phys. **24**, 851 [1960].

³ J. BARDEEN, L. N. COOPER u. J. R. SCHRIEFFER, Phys. Rev. **108**, 1175 [1957].

⁴ N. N. BOGOLJUBOW, Nuovo Cim. **7**, 749 [1958].

Die Theorie von BOGOLJUBOW⁶ benutzt die folgende kanonische Transformation (wir schreiben die Spinindizes wieder explizit auf):

$$\begin{aligned} a_{\mathbf{p} \uparrow} &= \sum_{\mathbf{f}} (u_{\mathbf{p} \mathbf{f}} a_{\mathbf{f} \uparrow} + v_{\mathbf{p} \mathbf{f}} a_{\mathbf{f} \downarrow}^\dagger), \\ a_{\mathbf{p} \downarrow} &= \sum_{\mathbf{f}} (\bar{u}_{\mathbf{p} \mathbf{f}} a_{\mathbf{f} \downarrow} + \bar{v}_{\mathbf{p} \mathbf{f}} a_{\mathbf{f} \uparrow}^\dagger). \end{aligned} \quad (3)$$

Der Grundzustand für die Elektronen ist in der Theorie von BOGOLJUBOW das Vakuum Ψ der α -Operatoren:

$$\alpha_{\mathbf{p} \uparrow} \Psi = \alpha_{\mathbf{p} \downarrow} \Psi = 0 \quad \text{für alle } \mathbf{p}. \quad (4)$$

Wir beweisen jetzt, daß

$$\Psi = e^{W^+} |0\rangle \quad (5)$$

das (nicht normierte) Vakuum der α -Operatoren ist. Die Projektion von Ψ auf den Raum mit $2N$ Elektronen ist dann offenbar der Grundzustand Ψ_{2N} (2) des QCEM.

Mit Hilfe von (1) berechnen wir die folgenden Kommutatoren:

$$\begin{aligned} [a_{\mathbf{f} \uparrow}, e^{W^+}] &= e^{W^+} \sum_{\mathbf{f}} \varphi(\mathbf{f} \mathbf{f}) a_{\mathbf{f} \downarrow}^\dagger, \\ [a_{\mathbf{f} \downarrow}, e^{W^+}] &= -e^{W^+} \sum_{\mathbf{f}} \varphi(\mathbf{f} \mathbf{f}) a_{\mathbf{f} \uparrow}^\dagger. \end{aligned} \quad (6)$$

Die Gln. (4) lauten dann

$$\begin{aligned} \alpha_{\mathbf{p} \uparrow} e^{W^+} |0\rangle &= e^{W^+} \left[\sum_{\mathbf{f}} u_{\mathbf{p} \mathbf{f}} a_{\mathbf{f} \uparrow} + \sum_{\mathbf{f} \mathbf{f}} u_{\mathbf{p} \mathbf{f}} \varphi(\mathbf{f} \mathbf{f}) a_{\mathbf{f} \downarrow}^\dagger \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\mathbf{f}} v_{\mathbf{p} \mathbf{f}} a_{\mathbf{f} \downarrow}^\dagger \right] |0\rangle = 0, \\ \alpha_{\mathbf{p} \downarrow} e^{W^+} |0\rangle &= e^{W^+} \left[\sum_{\mathbf{f}} \bar{u}_{\mathbf{p} \mathbf{f}} a_{\mathbf{f} \downarrow} - \sum_{\mathbf{f} \mathbf{f}} \bar{u}_{\mathbf{p} \mathbf{f}} \varphi(\mathbf{f} \mathbf{f}) a_{\mathbf{f} \uparrow}^\dagger \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\mathbf{f}} \bar{v}_{\mathbf{p} \mathbf{f}} a_{\mathbf{f} \uparrow}^\dagger \right] |0\rangle = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Wir verlangen, daß die Anwendung der eckigen Klammern auf den Zustand $|0\rangle$ null ergibt, und erhalten die Gleichungssysteme

$$\sum_{\mathbf{f}} u_{\mathbf{p} \mathbf{f}} \varphi(\mathbf{f} \mathbf{f}) + v_{\mathbf{p} \mathbf{f}} = 0 \quad (8 \text{ a})$$

für alle \mathbf{p} und \mathbf{f} .

$$\sum_{\mathbf{f}} \bar{u}_{\mathbf{p} \mathbf{f}} \varphi(\mathbf{f} \mathbf{f}) - \bar{v}_{\mathbf{p} \mathbf{f}} = 0. \quad (8 \text{ b})$$

Diese inhomogenen Gleichungssysteme sind nach den $\varphi(\mathbf{f} \mathbf{f})$ auflösbar. Die Determinanten $|u_{\mathbf{p} \mathbf{f}}|$ und $|\bar{u}_{\mathbf{p} \mathbf{f}}|$ verschwinden nicht, da sonst die BOGOLJUBOW-Transformationen (3) nicht nach den a auflösbar sind. Wir betrachten z. B. (8 a). \mathbf{f} wird als Parameter aufgefaßt; für jedes \mathbf{f} haben wir ein Gleichungssystem [(8 a) für alle \mathbf{p}], das die Werte $\varphi(\mathbf{f} \mathbf{f})$ mit diesem \mathbf{f} liefert.

Die Gln. (8 a) und (8 b) geben somit die Möglichkeit, die Wellenfunktion $\varphi(\mathbf{f} \mathbf{f})$ der Elektronenpaare aus

⁵ J. M. BLATT, Progr. Theor. Phys. **23**, 447 [1960].

⁶ N. N. BOGOLJUBOW, Sonderdruck des Vereinigten Instituts für Kernforschung, Dubna P-267 [1959]; Uspechi Fiz. Nauk **67**, 549 [1959].

den Koeffizienten der BOGOLJUBOW-Transformation (3) zu berechnen. Die Gleichungssysteme (8 a) und (8 b) liefern beide die Funktion φ . Damit kein innerer Widerspruch entsteht, müssen die beiden Lösungen identisch sein.

Identität der beiden Lösungen

Wir bezeichnen die Lösung des Systems (8 a) mit $\varphi^{(1)}$, die von (8 b) mit $\varphi^{(2)}$. Multiplikationen von (8 a) mit $\bar{u}_{\nu' f}$, Summation über f und analoge Operationen bei (8 b) liefern

$$\begin{aligned} \sum_{f f} u_{\nu f} \bar{u}_{\nu' f} \varphi^{(1)}(f f) + \sum_f v_{\nu f} \bar{u}_{\nu' f} = 0, \\ \sum_{f f} u_{\nu f} \bar{u}_{\nu' f} \varphi^{(2)}(f f) - \sum_f u_{\nu f} \bar{v}_{\nu' f} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Wir benutzen nun die folgenden Vertauschungsrela-

tionen für die α -Operatoren.

$$\{\alpha_{\nu f}, \alpha_{\nu' f}\} = \sum_f u_{\nu f} \bar{v}_{\nu' f} + \sum_f v_{\nu f} \bar{u}_{\nu' f} = 0. \quad (10)$$

$$\text{Für die Differenz } \varphi^{(1)}(f f) - \varphi^{(2)}(f f) = \chi(f f) \quad (11)$$

$$\text{ergibt sich dann } \sum_{f f} u_{\nu f} \chi(f f) \bar{u}_{\nu' f} = 0. \quad (12)$$

In Matrixschreibweise erhalten wir

$$\text{In Matrixschreibweise erhalten wir } U X \bar{U}^T = 0. \quad (13)$$

Dabei haben wir die Matrizen $U = (u_{\nu f})$, $X = (\chi(f f))$ und $\bar{U} = (\bar{u}_{\nu f})$ eingeführt. Die Matrizen U und \bar{U}^T haben Reziproke, da die Determinanten $|u_{\nu f}|$ und $|\bar{u}_{\nu f}|$ nicht verschwinden dürfen (s. o.). Wir multiplizieren (13) von links und rechts mit den entsprechenden reziproken Matrizen und erhalten

$$X = 0,$$

womit die Identität der beiden Lösungen bewiesen ist.

Beiträge der Mehrquantenaustauschterme zur Coulomb-Korrektur im Verhältnis des totalen (e, \mathcal{N}) - zum totalen (γ, \mathcal{N}) -Wirkungsquerschnitt

Von RUDOLF RODENBERG

Institut für Theoretische Physik der Universität Tübingen
(Z. Naturforschg. 16 a, 1242—1243 [1961]; eingeg. am 16. Oktober 1961)

In einer früheren Arbeit¹ (weiterhin mit I bezeichnet) wurde das Verhältnis des totalen (e, \mathcal{N}) - zum totalen (γ, \mathcal{N}) -Wirkungsquerschnitt in BORNscher Näherung für elektrische (E1) und magnetische (M1) Dipolübergänge abgeleitet (I.29, I.30) in erster nichtverschwindender Näherung des S-Matrixformalismus. Bei Verwendung der relativistischen COULOMB-Eigenfunktionen für das kontinuierliche Spektrum, wie sie von SOMMERFELD-MAUE² und BETHE-MAXIMON³ benutzt wurden (I.22), erhält man das COULOMB-korrigierte Spektrum für E1-Übergänge in der Form (I.44) :

$$R_{(1)}^{E1} = \alpha C_1 \left(1 + \alpha^2 Z^2 \frac{B_0}{A_0} + \alpha^4 Z^4 \frac{B_1}{A_1} + \dots \right). \quad (1)$$

Gefragt ist nun nach dem Beitrag der höheren Näherungen in $\alpha = e^2 = 1/137$; ($\hbar = c = 1$) — in BORNscher Näherung berechnet — zu den einzelnen Entwicklungsgliedern der COULOMB-Korrektur in jeder störungstheoretischen Näherung. In einer früheren Arbeit⁴ wurde gezeigt, daß die 2. Näherung im S-Matrixformalismus ein $R_{(2)}^{E1} = \alpha^2 C_2$ liefert und dieser Beitrag in dem 1. Entwicklungsglied der COULOMB-Korrektur (1) zu $|C_2 A_0/B_0| = 1,3\%$ enthalten ist für Elektronener-

gien E_1 zwischen $10 \leq E_1 \leq 300$ MeV. Für höhere Energien E_1 überwiegen elektromagnetische und mesonische Korrekturen des Nukleons die Zweiquantenaustauschbeiträge.

Das Verhalten der Mehrquantenaustauschterme in BORNscher Näherung zu den einzelnen Entwicklungsgliedern der COULOMB-Korrektur in jeder störungstheoretischen Näherung soll nun allgemein angegeben werden.

In BORNscher Näherung hat man bis zur n -ten störungstheoretischen Näherung

$$R_{B.N.}^{E1(1)} = \alpha C_1; \quad R_{B.N.}^{E1(2)} = \alpha^2 C^2 \dots, \\ \text{allgemein } \sum_{n=1}^{\infty} R_{B.N.}^{E1(n)} = \sum_1^{\infty} \delta_n = \sum_1^{\infty} \alpha^n C_n. \quad (2)$$

Bei Benutzung der relativistischen COULOMB-Eigenfunktionen hat man (I.44 etc.)

$$R_{(1)}^{E1} = \alpha C_1 \left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{B_{i-1}}{A_{i-1}} \alpha^{2i} Z^{2i} \right), \\ R_{(2)}^{E1} = \alpha^2 C_2 \left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{B'^{i-1}}{A'^{i-1}} \alpha^{2i} Z^{2i} \right), \quad (3)$$

allgemein mit

$$g_i = \frac{B_{i-1}}{A_{i-1}} Z^{2i}; \quad \sum_i g_i \alpha^{2i} = \sum_i g_i \alpha^{2i} \sum_i \varrho_i^{(1)}, \\ \sum_i g'_i \alpha^{2i} = \sum_i g_i \alpha^{2i} \sum_i \varrho_i^{(2)}, \\ \sum_i \varrho_i^{(1)} = 1; \quad \sum_i g''_i \alpha^{2i} = \sum_i g_i \alpha^{2i} \sum_i \varrho_i^{(3)}, \quad (4)$$

$$\sum_n R_{(n)}^{E1} = \sum_n \gamma_n = \sum_n \delta_n + \sum_i g_i \alpha^{2i} \\ \cdot \left[\sum_n \left(\alpha^n C_n \sum_i \varrho_i^{(n)} \right) \right].$$

¹ R. RODENBERG, Z. Phys. 158, 44 [1960].

² A. SOMMERFELD u. A. W. MAUE, Ann. Phys., Lpz. 22, 629 [1935].

³ H. A. BETHE u. L. C. MAXIMON, Phys. Rev. 93, 768 [1954].

⁴ R. RODENBERG, Proc. Rutherford Jub. Int. Conference, Sept. 1961.